Dozent: Dr. Martin Friesen

Tutor: Dennis Schroers

Finanzmathematik
Wintersemester 2018 / 2019

Blatt 7

- Abgabe bis **Donnerstag 13.12.2018 um 12:00.**
- Abgabe ins Postfach 89 auf Ebene D13.

Aufgabe 1. (6 Punkte)
Betrachte ein arbitragefreies, nicht-redundantes EPM. Sei $C \geq 0$ ein Claim. Beweisen Sie die Indentität

$$\pi_{\inf}(C) = \max\left\{ m \in [0,\infty) \mid \exists \xi \in \mathbb{R}^d : \ m + G(\xi) \leq \frac{C}{1+r} \right\}.$$

Aufgabe 2. (4 Punkte)
Betrachte ein arbitragefreies nicht-redundantes EPM. Sei $C \geq 0$ ein Claim. Zeigen Sie, dass $\pi_{\inf}(C)$ der maximale Subhedingpreis von C ist, indem Sie die folgenden Aussagen zeigen:

(a) Ist $\xi \in \mathbb{R}^{d+1}$ ein Subhedge von C, so erfüllt $m := \sum_{j=0}^{d} \xi_j \pi_j$

$$m + G(\xi) \leq \frac{C}{1+r}.$$

(b) Seien umgekehrt $m \geq 0$ und $\eta \in \mathbb{R}^{d+1}$ gegeben mit

$$m + G(\eta) \leq \frac{C}{1+r}.$$

Dann gibt es ein Subhedge ξ für C.

Aufgabe 3. (4 Punkte)
Betrachte das ein arbitragefreies, nicht redundantes EPM. Sei $C \geq 0$ ein Claim. Es sei C nicht replizierbar. Zeigen Sie $\pi_{\sup}(C) \notin \Pi(C)$, d.h. es gibt kein risikoneutrales Maß $\mathbb{Q}$ mit der Eigenschaft

$$\pi_{\sup}(C) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{C}{1+r}\right).$$

Aufgabe 4. (4 Punkte)
Betrachte ein arbitragefreies EPM. Sei $C_{put} = (K - S_i)_+$ eine Put Option mit Strike $K > 0$ und dem underlying S_i. Zeigen Sie

$$\left(\frac{K}{1+r} - \pi_i\right)_+ \leq \pi_{\inf}(C_{put}) \leq \pi_{\sup}(C_{put}) \leq \frac{K}{1+r}.$$